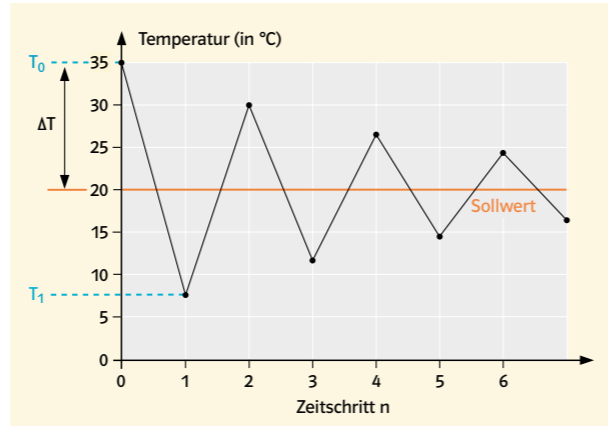


Ein Regelsystem lässt sich mit Hilfe von mathematischen Modellen simulieren. Mit ihnen kann man Aussagen zur Funktionsweise des Systems machen.



01_ Exponate brauchen konstante klimatische Bedingungen



02_ Temperaturverlauf im Modell

- T_n : Temperatur nach n Zeitschritten
- T_0 : Temperatur zu Beginn (Zeitpunkt $n=0$)
- n: Zeitschritt
- S: Solltemperatur
- D: Dämpfungsfaktor ($D > 0$)

Temperatur im nächsten Schritt:
 $T_{n+1} = T_n + (S - T_n) / D$

In Museen ist eine gleich bleibende Temperatur wichtig für die Haltbarkeit der Ausstellungsstücke.

Abb.02 zeigt, dass es nicht ganz gelingt, die Temperatur konstant zu halten. Die Raumtemperatur wird z.B. durch offene Fenster, Menschen im Raum oder den Tag-Nacht-Zyklus gestört.

Mit Hilfe der Heizkörper im Raum wird die Temperatur auf den Soll-Wert geregelt. Je weiter die Ist-Temperatur vom Soll-Wert abweicht, desto stärker muss die Stellung des

Ventils geändert werden. Im Beispiel weicht die momentane Temperatur T_0 von der Soll-Temperatur S ab. Die Abweichung ΔT bestimmt die Reaktion des Reglers. Eigentlich müsste dieser die Temperatur im nächsten Schritt um $\Delta T = S - T_0$ ändern. Dann würde die Soll-Temperatur gleich beim nächsten Schritt erreicht, was aber in der Realität nicht funktioniert. Der Regler kann die erforderliche Temperaturänderung ΔT durch Öffnen oder Schließen des Heizungsventils nicht genau einstellen. Diese Tatsache wird im Modell durch einen Dämpfungsfaktor D simuliert. Die Temperatur ändert sich in jedem Schritt n nur um $\Delta T = (S - T_n) / D$.

A1 a) Berechne für $S = 25^\circ\text{C}$, $D = 0,55$ und $T_0 = 12^\circ\text{C}$ die Raumtemperatur nach 5 Zeitschritten.
 b) Welches Problem ergibt sich bei der Berechnung von T_{100} ?

A2 Bei welcher Temperatur T_n ist die Temperaturänderung 0?



03_ Heizungsventil

A3 Interpretiere den Temperaturverlauf im Modell für die ersten 100 Zeitschritte.
 a) Woran könnte es bei einer realen Heizungsanlage liegen, dass die Soll-Temperatur überschritten wird?
 b) Wodurch entstehen die Schwankungen?

A4 Der Dämpfungsfaktor entscheidet über den Temperaturverlauf.
 a) Zu welchen Temperaturverläufen führen Dämpfungsfaktoren $D < 1$ und $D > 1$?
 b) Welcher Dämpfungsfaktor ist geeignet? Begründe.
 c) Gib an, welche Probleme bei der Realisierung des idealen Dämpfungsfaktors auftreten können.
 d) Bei einer Anlage soll die Soll-Temperatur zu keiner Zeit überschritten werden. Durch welche Dämpfungsfaktoren könnte das erreicht werden?

A5 Mit Hilfe der folgenden drei Formeln kann man jeweils den zeitlichen Verlauf einer Größe T berechnen.

Dabei handelt es sich um lineares, exponentielles bzw. beschränktes Wachstum.

- 1 $T_{n+1} = T_n + T_n$
- 2 $T_{n+1} = T_n + m$
- 3 $T_{n+1} = T_n + 10 - T_n / k$

a) Ordne zu, mit welcher Formel welcher Wachstumstyp beschrieben wird.

b) Erstelle jeweils mit einer Tabellenkalkulation ein Diagramm. Dabei sollen die Werte T_0 , m und k in der Tabelle leicht geändert werden können.

A6 Der GTR kann diese Berechnung auch durchführen. Informiere dich im Handbuch über „rekursive Darstellung“ und erstelle die Diagramme zur Aufgabe A5 mit dem GTR.

Eine Tabellenkalkulation hilft weiter



Um den Temperaturverlauf bis zum Erreichen der Soll-Temperatur zu berechnen und grafisch darzustellen, eignet sich eine Tabellenkalkulation.

- 1) Gib zuerst die Werte des gelb markierten Bereichs ein (Tabelle unten).
- 2) Gib nun die Formeln in den Zellen B2 und C2 ein. In Zelle B2 soll die Starttemperatur stehen. Dazu muss eine Formel in diese Zelle eingefügt werden. Jede Formel beginnt mit „=“. = E1 bedeutet, dass in diese Zelle der Wert eingetragen werden soll, der in Zelle E1 steht. Nun kann die Änderung berechnet werden. Die Formel dafür lautet:
 $\blacktriangleright = (\$E\$2 - B2) / \$E\3
- 3) Markiere die Zelle C2, klicke auf das Rechteck rechts unten an der Umrandung und ziehe die Maus nach unten. Das \$-Zeichen schützt den nachfolgenden Wert vor automatischer Veränderung beim Ziehen.
- 4) In einigen Zellen steht jetzt noch nichts oder ein Fehler. Das liegt daran, dass die Werte der Spalte Temperatur noch fehlen. Trage nun in B3 die Formel für die neue Temperatur ein:
 $\blacktriangleright = B2 + C2$ (d. h. $T_{n+1} = T_n + \text{Änderung}$)
 Auch diese Spalte wird durch Klicken und Ziehen nach unten dupliziert.
- 5) Markiert man die Spalten A und B, so kann man ein Diagramm erzeugen (Einfügen ... Diagramm ... XY-Diagramm).

	A	B	C	D	E
1	Zeitschritt	Temperatur	Änderung	Starttemperatur	12
2	0	= E1	= (\$E\$2 - B2) / \$E\$3	Zieltemperatur	25
3	1	= B2 + C2		Dämpfung	0,55
4	2				
5					